

**U - 4955**

**B. Sc. (Fifth Semester)**

**EXAMINATION, Nov./Dec., 2018**

**MATHEMATICS**

**LINEAR ALGEBRA NUMERICAL  
ANALYSIS**

*Time : Three Hours*

*Maximum Marks : 127 (For Regular Students)*

*Minimum Pass Marks : 34%*

*Maximum Marks : 150 (For Private Students)*

*Minimum Pass Marks : 34%*

नोट- प्रश्न क्रमांक 1 अनिवार्य है। प्रश्न क्रमांक 2 से 6 तक प्रत्येक प्रश्न के कोई दो भाग हल कीजिए।

Question no. 1 is compulsory. From question no. 2 to 6, solve any *two* parts of each question.

1. कोई पाँच भाग हल कीजिये-  $5 \times 5 = 25/6 \times 5 = 30$   
Attempt any *five* parts-

(i) सदिश समष्टि को एक उदाहरण सहित परिभाषित कीजिये।

Define vector space with an example.

**P.T.O.**

(ii) किसी सदिश समष्टि के आधार को परिभाषित कीजिए।

Define basis of a vector space.

(iii) दिखाइए कि रूपान्तरण  $f: V_2(\mathbb{R}) \rightarrow V_2(\mathbb{R})$  जो कि

$f(x, y) = (x^3, y^3)$  द्वारा परिभाषित है एक रेखिक रूपान्तरण नहीं है।

Show that the mapping

$f: V_2(\mathbb{R}) \rightarrow V_2(\mathbb{R})$  defined by

$f(x, y) = (x^3, y^3)$  is not a linear transformation.

(iv) यदि  $\lambda$  किसी व्युत्क्रमणीय संकारक 'T' का आइगेन मान है तो दिखाइए कि  $\lambda^{-1}$  संकारक  $T^{-1}$  का आइगेन मान है।

If  $\lambda$  is an eigen value of an invertible transformation 'T', then show that

$\lambda^{-1}$  is an eigen value of  $T^{-1}$ .

(v) समद्विभाजन विधि को समझाइए।

Explain bisection method.

(vi) सिद्ध कीजिए कि

$$\Delta \log f(x) = \log \left\{ 1 + \frac{\Delta f(x)}{f(x)} \right\}$$

Prove that-

$$\Delta \log f(x) = \log \left\{ 1 + \frac{\Delta f(x)}{f(x)} \right\}$$

- (vii) गाउस विलोपन विधि समझाइए।  
Explain Gauss elimination method.
- (viii) जैकोबी पुनरावृत्ति विधि को समझाइए।  
Explain Jacobi iterative method.
- (ix) आयलर विधि को समझाइए।  
Explain Euler's method.
- (x) सिद्ध कीजिए कि कोट्स संख्याओं का योग  
इकाई के बराबर होता है।  
Prove that the sum of Cote's number  
is unity.

2. (a) सिद्ध कीजिये कि सदिश समष्टि  $V(F)$  के  
अरिक्त उपसमुच्चय  $W$  को  $V$  का सदिश उपसमष्टि  
होने के लिए आवश्यक एवं पर्याप्त प्रतिबन्ध है-

$$a, b \in F \text{ तथा } \alpha, \beta \in W \Rightarrow a\alpha + b\beta \in W$$

Prove that the necessary and  
sufficient condition for a non-empty  
subset  $W$  of a vector space  $V(F)$  to  
be a vector subspace of  $V$  is :

$$a, b \in F \text{ and } \alpha, \beta \in W \Rightarrow a\alpha + b\beta \in W$$

P.T.O.

- (b) यदि दो सदिश रैखिकतः परतंत्र हों तो सिद्ध  
कीजिए कि उनमें से एक, दूसरे का अदिश गुणज  
होता है।

If two vectors are linearly dependent,  
then prove that, one of them is a  
scalar multiple of the other.

- (c) यदि  $V(F)$  एक परिमित विमीय सदिश समष्टि  
है, तब सिद्ध कीजिए कि  $V$  के किन्हीं दो  
आधारों में अवयवों की संख्या समान होती है।

22/24

If  $V(F)$  is a finite dimensional vector  
space, then prove that any two bases  
of  $V$  have the same numbers of  
elements. <https://www.jiwajionline.com>

3. (a) सिद्ध कीजिए कि किसी समाकारिता की अष्टि  
सदिश समष्टि  $u(F)$  की उपसमष्टि होती है।

Prove that the Kernel of a  
homomorphism is a subspace of  
 $u(F)$ .

- (b) दिखाइए कि रूपान्तरण  
 $T: V_3(R) \rightarrow V_2(R)$  जो  
 $T(a, b, c) = (c, a + b)$  से परिभाषित है,  
एक रैखिक रूपान्तरण है।

Show that the mapping  $T:V_3(R) \rightarrow V_2(R)$  defined by  $T(a,b,c)=(c,a+b)$  is a linear transformation.

- (c) "कोटि-शून्यता" प्रमेय का कथन लिखिए और सिद्ध कीजिए।

20/24

State and prove "Rank-Nullity" theorem.

4. (a) सीकेण्ट विधि की अभिसारिता की दर ज्ञात कीजिए।

Find the rate of convergence of secant method.

- (b) सिद्ध कीजिये कि  $e^x = \left( \frac{\Delta^2}{E} \right) e^x \cdot \frac{E e^x}{\Delta^2 e^x}$

जबकि अन्तरालों का अन्तर  $h$  है।

Prove that  $e^x = \left( \frac{\Delta^2}{E} \right) e^x \cdot \frac{E e^x}{\Delta^2 e^x}$ ,

the interval of differencing being  $h$ .

- (c) दिखाइये कि लैंग्राजियन गुणांकों का योग इकाई के बराबर होता है।

20/24

P.T.O.

Show that the sum of Lagrangian coefficients is unity.

5. (a) गाउस विलोपन विधि से निम्नलिखित समीकरणों के निकाय को हल कीजिए-

$$2x - y + 3z = 9, x + y + z = 6, x - y + z = 2$$

Solve the following system of equations by Gauss elimination method-

$$2x - y + 3z = 9, x + y + z = 6, x - y + z = 2$$

- (b) गाउस-जौर्डन विधि से निम्नलिखित समीकरणों के निकाय को हल कीजिए-

$$10x + y + z = 12,$$

$$2x + 10y + z = 13,$$

$$x + y + 5z = 7$$

Solve the following system of equations by Gauss-Jordan method-

$$10x + y + z = 12,$$

$$2x + 10y + z = 13,$$

$$x + y + 5z = 7$$

- (c) चोलेस्की विधि से निम्न समीकरणों को हल कीजिए-

20/24

$$4x + 2y - 2z = 4,$$

$$2x + 10y + 2z = 14,$$

$$-2x + 2y + 3z = 3$$

Solve the following equations by Choleski's method-

$$4x + 2y - 2z = 4,$$

$$2x + 10y + 2z = 14,$$

$$-2x + 2y + 3z = 3$$

6. (a) आयलर विधि से अवकल समीकरण को पाँच चरणों में  $y$  के लिये  $x = 1$  पर हल कीजिए-

$$\frac{dy}{dx} = x^2 + y^2, \quad y(0) = 1$$

Using Euler's method solve the differential equation for  $y$  at  $x = 1$  in five steps-

$$\frac{dy}{dx} = x^2 + y^2, \quad y(0) = 1$$

- (b) चतुर्थ कोटि के रूंगे-कुट्टा विधि निम्न अवकल समीकरण को  $x = 0.1$  एवं  $x = 0.2$  के लिए हल कीजिए-

$$\frac{dy}{dx} = x + y, \quad y(0) = 1$$

Solve the equation  $\frac{dy}{dx} = x + y$  with

initial condition  $y(0) = 1$  by Runge-Kutta fourth order method when  $x = 0.1$  and  $x = 0.2$ .

- (c) तीन कोटियों के लिए गॉडसीय क्षेत्रफल सूत्र व्युत्पन्न कीजिए।

20/24

Derive the Gaussian quadrature formula for three ordinates.

<https://www.jiwajionline.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से