

**A - 971****B.Sc. (Third Year) EXAMINATION,  
March/April-2023  
MATHEMATICS**

Paper-III-A

**STATISTICS METHODS**

Time : Three Hours

Max. Marks : 40 (For Regular Students)

Min. Pass Marks : 33%

Max. Marks : 50 (For Private Students)

Min. Pass Marks : 33%

नोट— प्रत्येक इकाई से कोई दो भाग हल कीजिए। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Attempt any *two* parts from each unit.

All questions carry equal marks.

**इकाई-I****(Unit-I)**

1. (a) एक बंटन जिसमें मान  $1, 2, 3, \dots, n$  हैं तथा प्रत्येक की बारम्बारता 1 है, के लिये माध्य, प्रसरण और मानक विचलन ज्ञात कीजिए। 4/5

P.T.O.

Find the mean, variance and standard deviation for the distribution in which the values are  $1, 2, 3, \dots, n$  and the frequency of each is units.

- (b) श्रेणी  $a, a + d, a + 2d, \dots, a + 2nd$  के लिये समान्तर माध्य से माध्य विचलन और मानक ज्ञात करो और सिद्ध करो कि मानक विचलन माध्य विचलन से बड़ा है। 4/5

Find the mean deviation from mean and standard deviation of the series  $a, a + d, a + 2d, \dots, a + 2nd$  and verify that the later is greater than the former.

- (c) किसी विविक्त (discrete) बंटन के लिये दिखाइये कि मानक विचलन, माध्य से माध्य विचलन (mean-deviation) से कम नहीं होता है। 4/5  
Show that for any discrete distribution the standard deviation is not less than the mean deviation from the mean.

**इकाई-II****(Unit-II)**

2. (a) प्रायिकता का योगशील नियम या पूर्ण प्रायिकता का प्रमेय का कथन तथा सिद्ध कीजिये। 4/5  
State and prove Addition Law of probability (or theorem of total probability).

(b) A और B दो स्वतन्त्र घटनाएँ हैं। प्रायिकता कि

दोनों घटनाएँ A और B घटित हों,  $\frac{1}{6}$  है और

प्रायिकता कि उनमें में से कोई न घटित हो,  $\frac{1}{3}$  है।

A के घटित होने की प्रायिकता ज्ञात करो। 4/5

A and B are two independent events.

The probability that both A and B occur

is  $\frac{1}{6}$  and the probability that neither of

them occurs is  $\frac{1}{3}$ . Find the probability

of the occurrence is A.

(c) दिखाइये दो चरों के योग की प्रत्याशा उनकी प्रत्याशाओं के योग के बराबर होती है, 4/5  
अर्थात्

$$E(X + Y) = E(X) + E(Y)$$

Prove that the expectation of the sum of two random variables is equal to the sum of their expectations i.e.,

$$E(X + Y) = E(X) + E(Y)$$

P.T.O.

### इकाई-III

### (Unit-III)

3. (a) दिखाओ कि द्विपद बंटन  $(q + p)^n$  के लिये

$$\mu_{r+1} = pq \left( nr\mu_{r-1} + \frac{d\mu_r}{dp} \right) \quad 4/5$$

जहाँ  $\mu_r$  माध्य के परितः  $r$ वाँ आघूर्ण है। अतः  $\mu_2$ ,  $\mu_3$  एवं  $\mu_4$  ज्ञात करो।

Show that for the Binomial distribution  $(q + p)^n$ . <https://www.jiwajionline.com>

$$\mu_{r+1} = pq \left( nr\mu_{r-1} + \frac{d\mu_r}{dp} \right)$$

where  $\mu_r$  is the  $r$ th moment about the mean. Hence obtain  $\mu_2$ ,  $\mu_3$  and  $\mu_4$ .

(b) प्वाँयसन बंटन

$$P(x) = \frac{e^{-m} m^r}{r!}, \quad r = 0, 1, 2, \dots, \infty$$

के लिये सिद्ध कीजिए कि  $\sqrt{\beta_1} (\beta_2 - 3)m\sigma = 1$ , जहाँ, संकेताकों का अपना अर्थ है। 4/5

For Poisson distribution

$$P(x) = \frac{e^{-m} m^r}{r!}, \quad r = 0, 1, 2, \dots, \infty \text{ prove}$$

that

$$\sqrt{\beta_1} (\beta_2 - 3) m \sigma = 1$$

where symbols have their usual meanings.

- (c) दिखाओ कि इकाई माध्य के प्वायसन बंटन के माध्य के परितः माध्य-विचलन मानक-विचलन का  $\frac{3}{e}$  गुना है।

$$\text{अर्थात् } E|X-1| = \frac{2}{e} \quad 4/5$$

In a poisson distribution with unity mean, show that the mean deviation from mean is  $\frac{3}{e}$  times the standard deviation

$$\text{i.e., } E|X-1| = \frac{2}{e}$$

इकाई-IV

(Unit-IV)

4. (a) यदि  $x$  स्वतन्त्र चर हो तो निम्न आँकड़ों पर द्वितीय घात का परवलय आसंजित करो— 4/5

$x$	$y$
1	2
2	6
3	7
4	8
5	10
6	11

7	11
8	10
9	9

- Fit a second degree parabola to the following data,  $x$  is independent variable.

$x$	$y$
1	2
2	6
3	7
4	8
5	10
6	11
7	11
8	10
9	9

- (b) सिद्ध करो कि पीयर्सन का सह-सम्बन्ध गुणांक  $r$ ,  $-1$  और  $+1$  के बीच रहता है। 4/5

Prove that the Pearson's Coefficient of correlation  $r$  lies between  $-1$  and  $+1$ .

- (c) त्रिचर (trivariate) बंटन के लिये सिद्ध करो कि

$$1 - R_{1(13)}^2 = (1 - r_{12}^2) (1 - r_{13.2}^2)$$

अतः निगमन करो कि—

$$R_{1(23)} \geq r_{12} \quad 4/5$$

For a trivariate distribution, show that

$$1 - R_{1(13)}^2 = (1 - r_{12}^2) (1 - r_{13.2}^2)$$

Hence

$$R_{1(23)} \geq r_{12}$$

इकाई-V  
(Unit-V)

5. (a) दिया है :  $f(x, \theta) = \frac{1}{\theta}, 0 \leq x \leq \theta$   
 $= 0, \text{ अन्यथा}$

$H_0: \theta = 3$  विरुद्ध  $H_1: \theta = 2$ , परीक्षण प्रतिदर्शज :  $x$ ,  
 एक एकल मान, क्रान्तिक क्षेत्र :

$$W_c = 1 < x < 2,$$

प्रथम एवं द्वितीय प्रकार की त्रुटि का आकार ज्ञात  
 करो। 4/5

Given :  $f(x, \theta) = \frac{1}{\theta}, 0 \leq x \leq \theta$   
 $= 0, \text{ otherwise}$

$H_0: \theta = 3$  against  $H_1: \theta = 2$

Test statistic :  $x$ , a single value

Critical region :  $W_c = 1 < x < 2$

Find the sizes of the I error and type II error.

(b) दिखाओ कि  $2 \times n$  सारणी के लिये 4/5

$$\chi^2 = \sum \frac{N_1 N_2 (f_1 / N_1 - f_2 / N_2)^2}{f_1 + f_2}$$

जहाँ  $f_1, f_2$  एक उपसमूह की बारम्बारताएँ हैं और  
 $N_1, N_2$  दो पंक्तियों के अन्तिम योग हैं। 4/5

Prove that for a  $2 \times n$  table

$$\chi^2 = \sum \frac{N_1 N_2 (f_1 / N_1 - f_2 / N_2)^2}{f_1 + f_2}$$

where  $f_1, f_2$  are two frequencies in a subgroup and  $N_1, N_2$  are the marginal sums of two terms

(c) यादृच्छिक चुने गये छः लाल गुलाबों की ऊँचाई सेमी में 63, 65, 68, 69, 71 और 72 है। दस यादृच्छिक चुने गये पीले गुलाबों की ऊँचाई 61, 62, 65, 66, 69, 69, 70, 71, 72, 73 सेमी है। इन आँकड़ों से इस बात की विवेचना करो कि लाल गुलाबों से पीले गुलाब लम्बे हैं, दिया है कि 4/5

$$v = 14 \begin{cases} p = .539 & \text{के लिये } t = .10 \\ p = .527 & \text{के लिये } t = .08 \end{cases}$$

The heights of six randomly chosen red roses are in cm 63, 65, 68, 69, 71 and 72. Those at 10 randomly chosen yellow roses are 61, 62, 65, 66, 69, 69, 70, 71, 72, 73. Discuss the light that these data throw on the suggestion that yellow roses are on the average taller than red roses : given that

$$v = 14 \begin{cases} p = .539 & \text{for } t = .10 \\ p = .527 & \text{for } t = .08 \end{cases}$$