

B - 1180**B.Sc. (Third Year) EXAMINATION,****March/April 2024****Group B****Major****MATHEMATICS****Paper-II****(Integral Transform)****Time : Three Hours****Maximum Marks : 70****नोट- सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।****All questions are compulsory.****खण्ड 'अ'****(Section 'A')****अति लघु उत्तरीय प्रश्न****3×2=6****(Very Short Answer Type Questions)****P.T.O.**

1. लाप्लास रूपान्तरण को परिभाषित कीजिए।

Define Laplace Transform.

अथवा

(Or)

यदि $f(t) = 1$ जब $t \geq 0$ तब $L\{f(t)\}$ ज्ञात कीजिए।If $f(t) = 1$, when $t \geq 0$ then find $L\{f(t)\}$.

2. सिद्ध कीजिए :

$$L\{C_1F_1(t) + C_2F_2(t)\} = C_1L\{F_1(t)\} + C_2L\{F_2(t)\}.$$

जहाँ C_1 तथा C_2 स्वेच्छ अचर है।

Prove that :

$$L\{C_1F_1(t) + C_2F_2(t)\} = C_1L\{F_1(t)\} + C_2L\{F_2(t)\}.$$

Where C_1 and C_2 are arbitrary constants.

अथवा

(Or)

मान ज्ञात कीजिए :

$$L^{-1}\left\{\frac{1}{2p-5}\right\}$$

Evaluate :

$$L^{-1}\left\{\frac{1}{2p-5}\right\}$$

(3)

B - 1180

3. मान ज्ञात कीजिए :

$$L^{-1} \left\{ \frac{1}{(p+2)^2} \right\}$$

Evaluate :

$$L^{-1} \left\{ \frac{1}{(p+2)^2} \right\}$$

अथवा

(Or)

फूरियर रूपान्तर को परिभाषित कीजिए।

Define Fourier Transform.

खण्ड 'ब'

(Section 'B')

लघु उत्तरीय प्रश्न

4×9=36

(Short Answer Type Questions)

4. मान ज्ञात कीजिए :

$$L \{ \sin \sqrt{t} \}$$

Evaluate :

$$L \{ \sin \sqrt{t} \}$$

P.T.O.

(4)

B - 1180

अथवा

(Or)

मान ज्ञात कीजिए :

$$L \left\{ \frac{e^{-at} - e^{-bt}}{t} \right\}$$

Evaluate :

$$L \left\{ \frac{e^{-at} - e^{-bt}}{t} \right\}$$

5. $L^{-1} \left\{ \frac{8p+29}{p^2-12p+32} \right\}$ का मान ज्ञात कीजिए :

Find :

$$L^{-1} \left\{ \frac{8p+29}{p^2-12p+32} \right\}$$

अथवा

(Or)

हैविसाइड विस्तार सूत्र से मान ज्ञात कीजिए :

$$L^{-1} \left\{ \frac{2p^2+5p-4}{p^3+p^2-2p} \right\}$$

Using Heaviside's Expansion formula to find :

$$L^{-1} \left\{ \frac{2p^2 + 5p - 4}{p^3 + p^2 - 2p} \right\}$$

6. लाप्लास रूपान्तर विधि से हल कीजिए :

$$\frac{d^2 y}{dt^2} - \frac{dy}{dt} - 6y = 2$$

जो प्रतिबन्धों $y(0) = 1, y'(0) = 0$ को सन्तुष्ट करता है।

Using Laplace transform method, solve :

$$\frac{d^2 y}{dt^2} - \frac{dy}{dt} - 6y = 2$$

satisfying the conditions.

$$y(0) = 1, y'(0) = 0$$

अथवा

(Or)

लाप्लास रूपान्तर विधि से हल कीजिए :

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + y = 6 \cos 2t$$

दिया है, $y = 3, \frac{dy}{dt} = 1$ जब $t = 0$.

Using Laplace Transform method, solve

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + y = 6 \cos 2t$$

given that $y = 3, \frac{dy}{dt} = 1$ when $t = 0$.

7. फलन

$$f(x) \begin{cases} 1, & |x| < a \\ 0, & |x| > a \end{cases}$$

का फूरियर रूपान्तर ज्ञात कीजिए।

Find the Fourier transform of :

$$f(x) \begin{cases} 1, & |x| < a \\ 0, & |x| > a \end{cases}$$

अथवा

(Or)

फलन e^{-x^2} का फूरियर कोसाइन रूपान्तर ज्ञात कीजिए।

Find the Fourier cosine transform of e^{-x^2} .

(7)

B - 1180

खण्ड 'स'

(Section 'C')

दीर्घ उत्तरीय प्रश्न

2×14=28

(Long Answer Type Questions)

8. लाप्लास रूपान्तरण के लिए संवलन प्रमेय (convolution theorem) लिखिये और सिद्ध कीजिए।

State and prove convolution theorem for Laplace transform.

अथवा

(Or)

हैविसाइड विस्तार सूत्र को समझाइए। हैविसाइड विस्तार सूत्र से मान ज्ञात कीजिए :

$$L^{-1} \left\{ \frac{3p+1}{(p-1)(p^2+1)} \right\}$$

Explain Heaviside expansion formula using Heaviside's expansion formula to find :

$$L^{-1} \left\{ \frac{3p+1}{(p-1)(p^2+1)} \right\}$$

9. लाप्लास रूपान्तर विधि से हल कीजिए :

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 6 \frac{dy}{dt} + 9y = \sin t$$

P.T.O.

(8)

B - 1180

जहाँ $y(0) = 1, y'(0) = 0$

Using Laplace transform method, solve

$$\frac{d^2 y}{dt^2} + 6 \frac{dy}{dt} + 9y = \sin t$$

where $y(0) = 1, y'(0) = 0$

अथवा

(Or)

लाप्लास रूपान्तर विधि से हल कीजिए :

$$(D^2 + 1)y = t \cos 2t$$

दिया $y = 0, \frac{dy}{dt} = 0$ जब $t = 0$

Using Laplace Transform method, solve :

$$(D^2 + 1)y = t \cos 2t$$

given that $y = 0, \frac{dy}{dt} = 0$ when $t = 0$