Roll No. .....

Z – 709

B.Sc. (Third Year) EXAMINATION,

March/April 2022

MATHEMATICS

Paper – I

LINEAR ALGEBRA AND NUMERICAL ANALYSIS

Time : Three Hours

Maximum Marks : 40 (For Regular Students)
Minimum Pass Marks : 33%

Maximum Marks : 50 (For Private Students)
Minimum Pass Marks : 33%

नोट- **सभी** प्रश्न हल कीजिए।
Solve *all* questions.

1. प्रश्न क्रमांक **1** से **5** भाग हल कीजिए– $2\times5=10$
Solve *five* parts from question No. **1**—

(i) सदिश समिष्ट को उदाहरण सहित समझाइए।
Explain vector space with example.

(ii) परिमित विमीय सदिश समष्टिया को समझाइए।
Explain finite dimensional vector space.

https://www.jiwajionline.com

(iii) $T : V_3 \to V_1$ नियम
$T(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$
द्वारा परिभाषित कीजिए। यह एक रैखिक रूपान्तरण नहीं है।

Define $T : V_3 \to V_1$ by rule
$T(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2$
This is not a linear transformation.

(iv) यदि R^2 पर S एवं T रैखिक संकारक हों जो निम्न प्रकार से परिभाषित है :

$$S(x_1, x_2) = (x_2, x_1)$$
$$T(x_1, x_2) = (0, x_1)$$

तो संकारकों S + T, 3S – 2T, ST, TS, S^2 एवं T^2 को परिभाषित करने वाला सूत्र ज्ञात कीजिए।

Let S and T be linear operation on R^2, defined by

$$S(x_1, x_2) = (x_2, x_1)$$
$$T(x_1, x_2) = (0, x_1)$$

Find formulae defining the operators S + T, 3S – 2T, ST, TS, S^2 and T^2.

https://www.jiwajionline.com

(v) मान लो $X, Y, Z \in V_n(c)$ कोई तीन समिश्र n सदिश है तथा $a \in c$, तब
$(X,X) \geq 0$ तथा $(X, X) = 0$ यदि और केवल यदि $X = 0$.
Let $X, Y, Z \in V_n(c)$ by any three complex n-vectors and $a \in c$. Then $(X,X) \geq 0$ and $(X, X) = 0$ if and only if $X = 0$.

(vi) मानकित सदिश समिष्ट को परिभाषित कीजिए।
Define Normed vector space.

(vii) बहुपद और अबीजीय बीजगणित समीकरण को समझाइए।
Explain polynomial and transcendental equation.

(viii) शैबिशैव विधि को समझाइए।
Explain Chebyshev method.

(ix) रैखिक समीकरणों के निकाय को हल करने हेतु प्रत्यक्ष विधि का वर्णन कीजिए।
Describe direct method to solve a system of linear equation.

(x) मिल्ने-सिम्पसन विधि को समझाइए।
Explain Milne-Simpson method.

P.T.O.

https://www.jiwajionline.com

2. दो उपसमष्टियों का संघ एक उपसमष्टि होता है यदि और केवल यदि एक दूसरे में अन्तर्विष्ट होते हैं। 6/8
The union of two sub-spaces is a subspace if and only if one is contained in the other.

अथवा

(Or)

यदि V(F) एक परिमित विमीय सदिश समष्टि है तब V के दो आधारों में अवयवों की संख्या समान होती है।
If V(F) is a finite dimensional vector space then any two bases of V have the same number of elements.

3. मान लो कि क्षेत्र F पर U एवं V सदिश समष्टियाँ हैं तथा $f: U \to V$ एक रैखिक प्रतिचित्रण है, तो f एकैकी है यदि और केवल यदि अष्टि $(f) = \{0\}$. 6/8
Let U and V be vector spaces over field F and $f: U \to V$ be a linear mapping. Then f is one to one if and only if $\ker(f) = \{0\}$.

अथवा

(Or)

दिखाइये कि $T : R^2 \to R^3$ जो निम्नानुसार परिभाषित है–

$$T(a, b) = (a - b, b - a, -a)$$

https://www.jiwajionline.com

एक रैखिक रूपान्तरण है। T का परास, कोटि शून्य समष्टि एवं शून्यता ज्ञात कीजिए।

Show that the tranformation $T : R^2 \to R^3$ defined by

$$T(a, b) = (a - b, b - a, -a)$$

is a linear transformation from R^2 to R^3. Find the range, rank, null space and nullity.

4. आन्तरगुणन समष्टि V(F) में सिद्ध कीजिए कि–

(i) $\|\alpha\| \geq 0$ तथा $\|\alpha\| = 0$ यदि और केवल यदि $\alpha = 0$

(ii) $\|a\alpha\| = |a| \|\alpha\|$ जहाँ a एक अदिश राशि है। 6/8

In an inner product space V(F), prove that

(i) $\|\alpha\| \geq 0$ and $\|\alpha\| = 0$ if and only if $\alpha = 0$.

(ii) $\|a\alpha\| = |a| \|\alpha\|$, Where a is scalar.

अथवा

(Or)

किसी आन्तरगुणन समष्टि V(F) में किन्हीं भी दो सदिशों α, β के लिए सिद्ध कीजिए कि

$$|(\alpha, \beta)| \leq \|\alpha\| \|\beta\|$$

P.T.O.

https://www.jiwajionline.com

In an inner product space V(F), for any two vectors α, β prove that

$$|(\alpha, \beta)| \leq \|\alpha\| \|\beta\|$$

5. अपने सभी आर्गूमेन्ट के लिए विभाजित अन्तर सममित फलन होते हैं। 6/8

Divided difference are symmetric functions of their arguments.

अथवा

(Or)

मिथ्या स्थिति विधि के प्रयोग से समीकरण $x^3 - 2x - 5 = 0$ का एक वास्तविक मूल ज्ञात कीजिए।

Find a real root of the equation $x^3 - 2x - 5 = 0$ using Regula Falsi method.

6. गॉउस विलोपन विधि से निम्नलिखित समीकरणों के निकाय को हल कीजिये– 6/8

$$2x - y + 3z = 9$$
$$x + y + z = 6$$
$$x - y + z = 2$$

Solve the following system of equation by Gauss elimination method—

$$2x - y + 3z = 9$$
$$x + y + z = 6$$
$$x - y + z = 2$$

https://www.jiwajionline.com

अथवा

(*Or*)

दिया गया है– $\frac{dy}{dx} = x + y$ जबकि प्रारम्भिक प्रतिबन्ध $y(0) = 1$ है। $x = 0.05$ और $x = 0.1$ के लिए y ज्ञात कीजिए। (दशमलव के बाद चार स्थानों तक)

Use modified Euler's method to compute y for $x = 0.05$ and $x = 0.1$. Given that $\frac{dy}{dx} = x + y$ with initial condition $y(0) = 1$ result correct upto four decimal places.

https://www.jiwajionline.com
Whatsapp @ 9300930012
Send your old paper & get 10/-
अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,
Paytm or Google Pay से

https://www.jiwajionline.com