W-429(A)/W-430(A)/W-431(A,B,C,D,E) (A)

B.Sc. (Third Year) Examination, (Second Chance) March/April-2020

MATHEMATICS

Paper - I, II & III

Linear Algebra and Numerical Analysis / Real and Complex Analysis

Time : Three Hours

Maximum Marks : 40+40+40=120 (For Regular Students) *Minimum Pass Marks : 33%*

Maximum Marks : 50+50+50=150 (For Private Students) *Minimum Pass Marks : 33%*

नोट : **सभी** प्रश्नों के उत्तर दीजिये।

Note : Attempt **all** questions.

खण्ड–अ / Section-A

Q.1. सिद्ध कीजिए V(F) के दो आधारों में अवयवों की संख्या समान होती है। 13/16

Prove that number of elements in the two bases of a vector space V(F) are same.

Q.2. सिद्ध कीजिए कि रूपान्तरण $T : V_2(R) \to V_3(R)$ जो कि परिभाषित है : $T(a, b) = (a + b, a - b, b) \forall$ $a, b \in R$, $V_2(R)$ से $V_3(R)$ में रैखिक रूपान्तरण है। T का परास, जाति, शून्य समष्टि एवं शून्यता ज्ञात कीजिए। 13/17

Prove that the transformation $T : V_2(R) \to V_3(R)$ defined by $T(a, b) = (a + b, a - b, b) \forall$ $a, b \in R$ is linear transformation from $V_2(R)$ into $V_3(R)$. Find range, rank, null space and nullity of T.

Q.3. ग्राम–श्मिट के लाम्बिक प्रक्रम का प्रयोग करके $V_3(R)$ के आधार $B = \{\beta_1, \beta_2, \beta_3\}$ से एक प्रासामान्य लाम्बिक आधार प्राप्त कीजिए जहाँ $\beta_1 = (1, 0, 1)$, $\beta_2 = (1, 0, -1)$, $\beta_3 = (0, 3, 4)$ 14/17

By using Gram-Schmidt orthogonal process, obtain the orthonormal basis of the basis $B = \{\beta_1, \beta_2, \beta_3\}$ of $V_3(R)$, where $\beta_1 = (1, 0, 1)$, $\beta_2 = (1, 0, -1)$, $\beta_3 = (0, 3, 4)$.

खण्ड–ब / Section-B

Q.1. मान लो $f \in R[a,b]$ तथा मान लो $F, [a,b]$ पर एक अवकलनीय फलन इस प्रकार है कि 13/16

$F'(x) = f(x) \forall x \in [a,b]$, तब $\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$.

Let $f \in R[a,b]$ and let F be a differentiable function on $[a,b]$ such that $F'(x) = f(x)$ for all $x \in [a,b]$ then $\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a)$.

Q.2. दर्शाइये कि $\int_0^\infty \sin x^2 dx$ अभिसारी है। 13/17

Show that $\int_0^\infty \sin x^2 dx$ is divergent.

Q.3. माना (X, d) एक दूरीक समष्टि है। दर्शाइए कि फलन $d^* : X \times X \to R$ इस प्रकार है कि $d^*(x, y) = \min\{1, d(x, y)\}$, X पर एक परिबद्ध दूरीक है। 14/17

Let (X, d) be a metric space. Show that the function $d^* : X \times X \to R$ defined by $d^*(x, y) = \min\{1, d(x, y)\}$ is a bounded metric on *X*.

P.T.O.

खण्ड–स / Section-C

नोट : **किसी एक पेपर को हल कीजिए।**

Note : Attempt **any** one paper.

Statistics Methods (Paper-A)

Q.1. a) यदि k बंटनों के समान्तर माध्य $M_1, M_2, ...M_k$ हो जिनकी बारम्बारताएँ क्रमशः $n_1, n_2, ... n_k$, हो तो बारम्बारता $N = (n_1 + n_2 + ... + n_k)$ के समस्त बंटनों का माध्य (M) निम्नलिखित से दिया जाता है।

$$M = \frac{1}{N}\sum_{r=1}^{n} n_r M_r$$

If $M_1, M_2, ...M_k$ be the arithmetic mean of k distributions with respective frequencies $n_1, n_2, ... n_k$, then the mean (M) of the whole distribution with frequency $N = (n_1 + n_2 + ... + n_k)$ is given by

$$M = \frac{1}{N}\sum_{r=1}^{n} n_r M_r$$

b) किन्हीं दो घटनाओं A और B के लिए सिद्ध करो कि

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

For any two events A and B, prove that

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Q.2. a) निम्न आँकड़ों पर एक सरल रेखा का आसंजन करो।

x	0	5	10	15	20	25
y	12	15	17	22	24	30

Fit the straight line to the following data:

x	0	5	10	15	20	25
y	12	15	17	22	24	30

b) दिखाओ कि सह–सम्बन्ध गुणांक मूल बिन्दु तथा मापनी के परिवर्तन से स्वतन्त्र होता हैं।

Show that the value of the coefficient of correlation is independent of the origin of reference and the scale of reference.

Q.3. a) किसी बड़े नगर में 600 पुरूषों के सरल प्रतिदर्श में 400 धूम्रपान करनेवाले मिलें। दूसरे बड़े नगर में 900 के प्रतिदर्श में 450 धूम्रपान करनेवाले मिले। क्या इन आँकड़ों से यह प्रकट होता है कि मनुष्यों में धूम्रपान की प्रवृत्ति के सापेक्ष दोनों सार्थकता भिन्न है।

In a simple sample of 600 men from a certain large city, 400 are found to be smokers. In one of 900 from another large city, 450 are smokers. Do the data indicate that cities are significant by different with respect to prevalence of smoking among men?

b) दिखाओ कि 2 × 2 आसंग सारणी $\begin{array}{c|c} a & b \\ c & d \end{array}$ में

$$x^2 = \frac{(a+b+c+d)(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(b+d)(a+c)}$$

Show that in a 2 × 2 contingency $\begin{array}{c|c} a & b \\ c & d \end{array}$

$$x^2 = \frac{(a+b+c+d)(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(b+d)(a+c)}$$

Discrete Mathematics (Paper-B)

Q.1. फलन $f(x,y,z)=(x\cdot y'+x\cdot z)'+x'$ को वियोजनीय प्रसामान्य रूप में व्यक्त कीजिए। 13/16

Express the function $f(x,y,z)=(x\cdot y'+x\cdot z)'+x'$ into disjunctive normal form.

Q.2. माना 12 के सभी फेक्टर का समुच्चय L है। चिन्ह "|" समुच्चय L पर विभाज्यता संबंध है। तब दिखाइए कि (L, |) एक जालक है। 13/17

Let L be the set of all factors of 12 and sign "|" be divisibility relation on L then show that (L, |) is a lattice.

Q.3. सिद्ध कीजिए कि *n* शीर्षों वाला वृक्ष (*n* – 1) भुजायें रखता है। 14/17

Prove that a tree with *n* vertices has (*n* – 1) edges.

Mechanics (Paper-C)

Q.1. यदि केटिनरी के किसी बिन्दु P पर तनाव T हो तथा उसके निम्नतम बिन्दु C पर तनाव T_0 हो तब सिद्ध करो कि $T^2-T_0^2=W^2$ जहाँ W केटिनरी के भाग CP का भार है। 13/16

If T be the tension at any point P of a catenary and T_0 that at the lowest point C prove that

$T^2-T_0^2=W^2$

W being the weight of the arc CP of the catenary.

Q.2. एक दत्त सरल रेखा की संयुग्मी रेखा का समीकरण ज्ञात करना। 13/17

To find the equation of the conjugate of a given line.

Q.3. सिद्ध कीजिये कि दो निश्चित बिन्दुओं से होकर जाने वाले सभी प्रक्षेप्य पथों के नाभियों का बिन्दू पथ एक अतिपरवलय है। 14/17

Prove that locus of the focii of all the trajectories passing through two given points is a hyperbola.

Mathematics Modelling (Paper-D)

Q.1. निम्नलिखित को समझाइये। 13/16

i) अरैखिक वृद्धि ii) डिले मॉडल

Explain the following.

i) Non-linear growth ii) Delay model

Q.2. निम्नलिखित को समझाइये। 13/17

i) वृत्तीय गति ii) सकेन्द्र कक्ष

Explain the following

i) Circular motion ii) Central orbit

Q.3. मॉडल $U_{t+1}=U_t\exp\left[r\left(1-U_{t-1}\right)\right]$ के साम्य बिन्दु की रैखिक स्थिरता का विश्लेषण कीजिये जहाँ $r>0$. 14/17

Conduct linear stability analysis of equilibrium point of model

$U_{t+1}=U_t\exp\left[r\left(1-U_{t-1}\right)\right]$ where $r>0$.

Financial Mathematics (Paper-E)

Q.1. वित्तीय प्रबंधन के लक्ष्य एवं प्रमुख निर्णय का वर्णन कीजिये। 13/16

Explain goal and main decision of Financial Management in detail.

Q.2. वापसी की आन्तरिक दर की गणना करने की न्यूटन रेफसन विधि को उदाहरण सहित समझाइये। 13/17

Explain Newton Raphson method to find internal rate of return with example.

Q.3. मारकोविज मॉडल का विस्तृत वर्णन कीजिये। 14/17

Describe Markowitz model in detail.