

Z - 589

B.Sc. (Second Year) EXAMINATION,

March/April 2022

MATHEMATICS

Paper - I

ABSTRACT ALGEBRA

Time : Three Hours

Maximum Marks : 40 (For Regular Students)

Minimum Pass Marks : 33%

Maximum Marks : 50 (For Private Students)

Minimum Pass Marks : 33%

नोट- सभी प्रश्न अनिवार्य हैं। प्रश्न क्रमांक 1 से कोई पाँच भाग हल कीजिए।

All questions are compulsory. Attempt any five parts from question no. 1.

1. किन्हीं पाँच भागों को हल कीजिए— $2 \times 5 = 10$

Attempt any five parts—

(i) समूह को परिभाषित कीजिए।

Define Group.

(ii) प्रत्येक चक्रीय समूह आबेली होता है।

Every cyclic group is abelian.

P.T.O.

(iii) यदि G परिमित समूह हो और N, G का प्रसामान्य उपसमूह हो तो—

$$o(G/N) = \frac{o(G)}{o(N)}$$

If G is a finite group and N is a normal subgroup of G, then

$$o(G/N) = \frac{o(G)}{o(N)}$$

(iv) परिभाषित कीजिए—

(a) प्रसामान्य उपसमूह।

(b) समूह का केन्द्र।

Define—

(a) Normal Subgroup.

(b) Centre of a group.

(v) समाकारिता की अष्टि को परिभाषित कीजिए।

Define kernel of a Homomorphism.

(vi) यदि $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ एवं $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

तब AB, BA एवं AB^{-1} ज्ञात कीजिए।

$$\text{If } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \text{ and } B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

then find AB , BA and AB^{-1} .

(vii) सिद्ध कीजिए कि समूह G पर संयुग्मिता सम्बन्ध एक तुल्यता सम्बन्ध होता है।

The relation of conjugacy is an equivalence relation on G .

(viii) परिभाषित कीजिए—

(a) तुल्यकारिता।

(b) प्रसामान्यक।

Define—

(a) Isomorphism.

(b) Normalizer.

(ix) यदि R एक वलय इस प्रकार है कि $a^2 = a \forall a \in R$ तो सिद्ध कीजिए—

(i) $a + a = 0, \forall a \in R$.

(ii) $a + b = 0 \Rightarrow a = b, \forall b \in R$

If R is a ring such that

$a^2 = a \forall a \in R$ prove that—

(i) $a + a = 0, \forall a \in R$

(ii) $a + b = 0 \Rightarrow a = b, \forall b \in R$

(x) यदि $a, b, c, d \in F$ एवं $b \neq 0, d \neq 0$

P.T.O.

तब सिद्ध कीजिए $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$.

If $a, b, c, d \in F$ and $b \neq 0, d \neq 0$ then prove that

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc.$$

इकाई-I

(Unit-I)

2. समूह G के दो समूहों का संघ एक उपसमुच्चय होता है यदि और केवल यदि वे एक दूसरे में अन्तर्विष्ट हों। 6/8
The union of two subgroups of a group G is a subgroup if and only if one is contained in the other. <https://www.jiwajionline.com>

अथवा

(Or)

यदि Q^+ सभी धन परिमेय संख्याओं का समुच्चय है। मानलो Q^+ में $*$ द्विआधारी संक्रिया निम्नलिखित प्रकार से परिभाषित है—

$$a * b = \frac{ab}{2}, a, b \in Q^+$$

दिखाइए कि $(Q^+, *)$ एक आबेली समूह है। समूह का तत्समक ज्ञात कीजिए।

If Q^+ is the set of all positive rational numbers. Let $*$ be a binary composition in Q^+ defined by

$$a * b = \frac{ab}{2}, \quad a, b \in Q^+$$

Show that $(Q^+, *)$ is an abelian group. Find the identity of the group.

इकाई-II

(Unit-II)

3. फर्मा की प्रमेय का कथन लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।
6/8

State and prove Fermat's theorem.

अथवा

(Or)

समूह G का उपसमूह H , G का प्रसामान्य उपसमूह होगा यदि और केवल यदि G में H के दो दक्षिण सहसमुच्चयों का गुणनफल पुनः G में H का दक्षिण सहसमुच्चय हो।

A subgroup H of G is a normal subgroup of G if and only if the product of two right cosets of H in G is again a right coset of H in G .

इकाई-III

(Unit-III)

4. समूह G का प्रत्येक समाकारी प्रतिबिम्ब G के किसी विभाग समूह के तुल्यकारी है।
6/8

P.T.O.

Every homomorphic image of a group G is isomorphic to some quotient group of G .

अथवा

(Or)

सभी समूह के समुच्चयों में तुल्यकारिता का सम्बन्ध तुल्यता सम्बन्ध होता है।

The relation of isomorphism in the set of all groups is an equivalence relation.

इकाई-IV

(Unit-IV)

5. यदि $I(G)$ समूह G की सभी आन्तरिक स्वाकारिताओं का समूह हो और Z इसका केन्द्र हो तो सिद्ध कीजिए
6/8

$$I(G) \cong G/Z.$$

If $I(G)$ is the set of all inner automorphism of a group G and Z is the centre, then

$$I(G) \cong G/Z.$$

अथवा

(Or)

माना G एक परिमित समूह है और $(P/0G) :$ जहाँ P एक अभाज्य संख्या है, तब यहाँ एक अवयव $a \in G$ इस प्रकार से होगा कि $0(a) = P$.

Suppose G is a finite non-abelian group and $P/0(G)$, Where P is prime number. Then there is an element a in G such that $0(a) = P$.

इकाई-V

(Unit-V)

6. प्रत्येक क्षेत्र एक पूर्णाकीय प्रान्त होता है। 6/8

Every field is necessarily an integral domain.

अथवा

(Or)

किसी वलय को दो गुणजावली का सर्वनिष्ठ भी उस वलय की एक गुणजावली होती है।

Intersection of two ideals of a ring is an ideal.

<https://www.jiwajionline.com>

Whatsapp @ 9300930012

Send your old paper & get 10/-

अपने पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से