

Roll No.

V - 141

B. Sc. (First Year) EXAMINATION, 2019

MATHEMATICS

Paper - III

VECTOR ANALYSIS AND GEOMETRY

Time : Three Hours

Maximum Marks : 40 (For Regular Students)

Minimum Pass Marks : 33%

Maximum Marks : 50 (For Private Students)

Minimum Pass Marks : 33%

नोट- सभी प्रश्न हल कीजिए। प्रश्न क्रमांक 1 अनिवार्य है।
Attempt all questions. Question no. 1
is compulsory.

1. किन्हीं पाँच प्रश्नों को हल कीजिए- $2 \times 5/3 \times 5$
Attempt any five questions-

(i) यदि

$$\vec{r} = a \cos t i + a \sin t j + t k$$

तो $\left| \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} \right|$ ज्ञात कीजिए।

P.T.O.

If

$$\vec{r} = a \cos t i + a \sin t j + t k$$

then find $\left| \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} \right|$.

(ii) सिद्ध कीजिए-

$$[\vec{a} \vec{b} \vec{c}] \cdot [\vec{a}' \vec{b}' \vec{c}'] = 1$$

Prove that-

$$[\vec{a} \vec{b} \vec{c}] \cdot [\vec{a}' \vec{b}' \vec{c}'] = 1$$

(iii) दिखाओ कि यदि

$$\vec{r}(t) = \begin{cases} 2i - j + 2k & \text{जब } t = 2 \\ 4i - 2j + 3k & \text{जब } t = 3 \end{cases}$$

तब $\int_2^3 \vec{r} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} dt = 10$

Show that if

$$\vec{r}(t) = \begin{cases} 2i - j + 2k & \text{when } t = 2 \\ 4i - 2j + 3k & \text{when } t = 3 \end{cases}$$

then $\int_2^3 \vec{r} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} dt = 10$.

(3)

V - 141

- (iv) किसी समय t पर एक कण का त्वरण $e^t i + e^{2t} j + k$ है। तो वेग v ज्ञात कीजिए, जबकि $v = i + j$ जहाँ $t = 0$ ।

The acceleration of a particle at time t is $e^t i + e^{2t} j + k$. Then find the velocity v , when $v = i + j$ where $t = 0$. <http://www.jiwajionline.com>

- (v) निम्नलिखित वृत्तों की उभयनिष्ठ जीवा का समीकरण ज्ञात कीजिए-

$$x^2 + y^2 + 2x + 2y + 1 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 4x + 3y + 2 = 0$$

Find the equation of common chord of following circles :

$$x^2 + y^2 + 2x + 2y + 1 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 4x + 3y + 2 = 0$$

- (vi) शंकु

$$\frac{l}{r} = 1 - e \cos \theta$$

की नियता का समीकरण ज्ञात कीजिए।

P.T.O.

(4)

V - 141

Find the equation of directrix of a

$$\text{conic } \frac{l}{r} = 1 - e \cos \theta.$$

- (vii) दर्शाइये कि उस शंकु का समीकरण जिसका शीर्ष मूल बिन्दु पर तथा जो समतल $lx + my + nz = p$ एवं पृष्ठ $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ के प्रतिच्छेद वक्र से होकर जाता है-

$$ax^2 + by^2 + cz^2 = \left(\frac{lx + my + nz}{p} \right)^2$$

Show that the equation of the cone whose vertex is origin and which passes through the curve of intersection of the plane

$lx + my + nz = p$ and the surface

$$ax^2 + by^2 + cz^2 = 1 \text{ is-}$$

$$ax^2 + by^2 + cz^2 = \left(\frac{lx + my + nz}{p} \right)^2$$

- (viii) बेलन एवं लम्बवृत्तीय बेलन की परिभाषा लिखिए।

Write the definitions of cylinder and right circular cylinder.

- (ix) बिन्दु $(1, -1, 2)$ पर शांकवज $5x^2 - 4y^2 + 6z^2 = 25$ के स्पर्श तल का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of the tangent plane to the conicoid

$$5x^2 - 4y^2 + 6z^2 = 25 \text{ at the point } (1, -1, 2).$$

- (x) दर्शाइये कि समतल $x + 2y - 2z = 4$ परवलयज $3x^2 + 4y^2 = 24z$ को स्पर्श करता है।

Show that the plane $x + 2y - 2z = 4$ touch the paraboloid $3x^2 + 4y^2 = 24z$.

इकाई - I

(Unit - I)

2. सिद्ध कीजिए कि सदिश

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}), \vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{a}) \text{ एवं } \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b})$$

समतलीय है।

6/7

P.T.O.

Prove that the vector

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}), \vec{b} \times (\vec{c} \times \vec{a}) \text{ and } \vec{c} \times (\vec{a} \times \vec{b})$$

are coplanar.

अथवा

(Or)

यदि $\vec{F} = (\vec{a} \times \vec{r})r^n$ हैं तो दर्शाइये कि

$$\nabla \times \vec{F} = (n+2)r^n \vec{a} - nr^{n-2} (\vec{a} \cdot \vec{r}) \vec{r}.$$

If $\vec{F} = (\vec{a} \times \vec{r})r^n$, then show that

$$\nabla \times \vec{F} = (n+2)r^n \vec{a} - nr^{n-2} (\vec{a} \cdot \vec{r}) \vec{r}.$$

इकाई - II

(Unit - II)

3. गॉस डाइवर्जेंस प्रमेय से सिद्ध कीजिए कि-

$$\int_S (axi + byj + czk) \cdot \hat{n} ds = \frac{4}{3} \pi (a + b + c)$$

जहाँ S, गोले $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ का पृष्ठ है। 6/7

Using Gauss divergence theorem to prove that

$$\int_S (axi + byj + czk) \cdot \hat{n} ds = \frac{4}{3} \pi (a + b + c)$$

(7)

V - 141

Where S is the surface of the sphere

$$x^2 + y^2 + z^2 = 1.$$

अथवा

(Or)

ग्रीन प्रमेय का उपयोग कर समाकल

$$\int_c [(y - \sin x)dx + \cos x dy]$$

का मान ज्ञात कीजिए जहाँ c रेखाओं $y = 0$,

$$x = \pi / 2, y = \frac{2}{\pi}x \text{ से बना त्रिभुज है।}$$

Find the value of integral

$$\int_c [(y - \sin x)dx + \cos x dy]$$

by use of Green's theorem where c is the triangle formed by lines

$$y = 0, x = \pi / 2, y = \frac{2}{\pi}x.$$

इकाई - III

(Unit - III)

4. निम्नलिखित शांकव का अनुरेखण कीजिए-

$$34x^2 + 24xy + 41y^2 + 48x + 14y - 108 = 0$$

तथा दिखाइये कि इसकी उत्केन्द्रता $\frac{1}{\sqrt{2}}$ है। 6/7

P.T.O.

(10)

V - 141

इकाई - V
(Unit - V)

6. शांकवज $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ के नियामक गोला का समीकरण ज्ञात कीजिए। 6/7

Find the equation of director sphere of the conicoid $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$.

अथवा

(Or)

वह प्रतिबंध ज्ञात करो जबकि समतल

$$lx + my + nz = 1 \text{ परवलयज } x^2 + y^2 = 2z$$

का एक स्पर्शतल है।

Find the condition when the plane $lx + my + nz = 1$ is a tangent plane to the paraboloid $x^2 + y^2 = 2z$.

http://www.jiwajionline.com

Whatsapp @ 9300930012

Your old paper & get 10/-

पुराने पेपर्स भेजे और 10 रुपये पायें,

Paytm or Google Pay से