

O--2611(S)/M-22

B. Sc. (First Year)

EXAMINATION, 2022

MATHEMATICS

Paper First (Major)

Algebra, Vector Analysis and Geometry

Time : 3 Hours

Maximum Marks : 70

Section A

खण्ड 'अ'

(Very Short Answer Type Questions)

(अति लघु उत्तरीय प्रश्न)

Note : Attempt any *three* questions out of six questions. (Word-limit 50 words). $3 \times 2 = 6$

छः प्रश्नों में से किन्हीं तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(शब्द-सीमा 50 शब्द)।

(6/02/24)O-2611(S)/M-22

P.T.O.

<https://www.jiwajionline.com>

1. Give a brief biography of Varahamihira
वारहमिहिर की संक्षिप्त जीवनी दीजिए।

2. Show that the set $\{(1,0), (1,1)\}$ of \mathbb{R}^2 is linearly independent.

दर्शाइए कि \mathbb{R}^2 का उपसमूच्चय $\{(1,0), (1,1)\}$ रेखिकतः स्वतन्त्र है।

3. Solve :

$$x + y + z = 9, \quad 2x + 5y + 7z = 52,$$

$$2x + y + z = 0$$

हल कीजिए :

$$x + y + z = 9, \quad 2x + 5y + 7z = 52,$$

$$2x + y + z = 0$$

4. Prove that :

$$(c \times a) \times (a \times b) = [abc]_a$$

सिद्ध कीजिए कि :

$$(c \times a) \times (a \times b) = [abc]_a$$

O-2611(S)/M-22

2

<https://www.jiwajionline.com>

5. If $r = (1 - \cos t)i + (t - \sin t)j$, then find $\frac{dr}{dt}$ and

$$\frac{d^2r}{dt^2}$$

यदि $r = (1 - \cos t)i + (t - \sin t)j$, तो $\frac{dr}{dt}$ और

$\frac{d^2r}{dt^2}$ ज्ञात कीजिए ।

6. Define cylinder and right Circular cylinder.

बेलन और लम्बवृत्तीय बेलन को परिभाषित कीजिए ।

Section B

खण्ड 'ब'

(Short Answer Type Questions)

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

Note : Attempt any *four* questions out of eight questions. (Word-limit 200 words). $4 \times 9 = 36$
आठ प्रश्नों में से किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए । (शब्द-सीमा 200 शब्द) ।

(6/02/25)O-2611(S)/M-22

3

P.T.O.

Reduce the following matrix in the normal form and find ranks :

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

निम्न आव्यूह को प्रसामान्य रूप में बदलिए और इसकी जाति ज्ञात कीजिए :

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & -1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$$

2. Show that the eigen values of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{bmatrix} \text{ are } \pm 1. \text{ Find the}$$

corresponding eigen vectors.

$$\text{दशांइए कि आव्यूह } A = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{bmatrix} \text{ के}$$

आइगेन मान ± 1 हैं । संगत आइगेन सदिशों को ज्ञात कीजिए ।

O-2611(S)/M-22

4

✓ Prove that every square matrix satisfies its characteristic equation.

सिद्ध कीजिए कि वर्ग आव्यूह स्वतः के अभिलाक्षणिक समीकरण को सन्तुष्ट करता है।

✓ Prove that :

$$[lmn][abc] = \begin{vmatrix} l.a & l.b & l.c \\ m.a & m.b & m.c \\ n.a & n.b & n.c \end{vmatrix}$$

सिद्ध कीजिए कि :

$$[lmn][abc] = \begin{vmatrix} l.a & l.b & l.c \\ m.a & m.b & m.c \\ n.a & n.b & n.c \end{vmatrix}$$

5. Evaluate the directional derivative of the function $Q = x^2 - y^2 + 2z^2$ at the point $P(1, 2, 3)$ in the direction of the line PQ where Q has coordinates $(5, 0, 4)$.

फलन $Q = x^2 - y^2 + 2z^2$ की दिशीय अवकलज बिन्दु $P(1, 2, 3)$ पर रेखा PQ की दिशा में ज्ञात कीजिए, जहाँ Q के निर्देशांक $(5, 0, 4)$ है।

✓ Show that :

$$\iint_S (axi + byj + czk) nds = \frac{4}{3} \pi (a + b + c)$$

where S is the surface of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

दर्शाइए कि :

$$\iint_S (axi + byj + czk) nds = \frac{4}{3} \pi (a + b + c)$$

जहाँ S गोले $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ का सम्पूर्ण पृष्ठ है।

7. Prove that the equation $ax^2 + by^2 + cz^2 + 24x + 2vy + 2wz + d = 0$ represents a cone if $\frac{u^2}{a} + \frac{v^2}{b} + \frac{w^2}{c} = d$.

सिद्ध कीजिए कि समीकरण $ax^2 + by^2 + cz^2 + 24x + 2vy + 2wz + d = 0$ पर एक शंकु प्रदर्शित करता

है, यदि $\frac{u^2}{a} + \frac{v^2}{b} + \frac{w^2}{c} = d$ हो।

8. Find the equation of the cylinder whose generators are parallel to the line $\frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{3}$

and base curve is $x^2 + 2y^2 = 1, z = 0$.

उस बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके जनक

रेखा $\frac{x}{1} = \frac{y}{-2} = \frac{z}{3}$ के समान्तर हैं तथा आधार वक्र

$x^2 + 2y^2 = 1, z = 0$ है।

Section C

खण्ड 'स'

(Long Answer Type Questions)

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

Note : Attempt any *two* questions out of four questions. (Word-limit 500 words). $2 \times 14 = 28$

चार प्रश्नों में से किन्हीं दो प्रश्नों के उत्तर दीजिए।

(शब्द-सीमा 500 शब्द)

✓ Determine the eigen values and the corresponding eigen vector of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{Also write the}$$

corresponding values.

$$\text{आव्यूह } A = \begin{bmatrix} 8 & -6 & 2 \\ -6 & 7 & -4 \\ 2 & -4 & 3 \end{bmatrix} \text{ के अभिलाक्षणिक मूल}$$

(आइगेन मानों) और संगत अभिलाक्षणिक सदिश (आइगेन सदिशों का निर्धारण) ज्ञात कीजिए।

✗ Evaluate :

$$\iiint_S (y^2 z^2 i + z^2 x^2 j + z^2 y^2 k) \cdot nds$$

where S is the part of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ above the xy -plane bounded by xy -plane.

मूल्यांकन कीजिए :

$$\iiint_S (y^2 z^2 i + z^2 x^2 j + z^2 y^2 k) \cdot nds$$

जहाँ S गोले $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ का वह भाग है जो xy-समतल के ऊपर है।

✶ Trace the conic :

$$17x^2 - 12xy + 8y^2 + 46x - 28y + 17 = 0.$$

शांकव का अनुरेखण कीजिए :

$$17x^2 - 12xy + 8y^2 + 46x - 28y + 17 = 0$$

✶ Prove that the angle between the lines given by

$$x + y + z = 0, \quad ayz + bzx + cxy = 0 \quad \text{is} \quad \frac{\pi}{2} \quad \text{if}$$

$$a + b + c = 0 \quad \text{but} \quad \frac{\pi}{3} \quad \text{if} \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0.$$

दर्शाइए कि $x + y + z = 0, \quad ayz + bzx + cxy = 0$

द्वारा प्राप्त रेखाओं के बीच का कोण $\frac{\pi}{2}$ है, यदि

$$a + b + c = 0 \quad \text{तथा} \quad \frac{\pi}{3} \quad \text{है, यदि} \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$$

✶