

Z - 258

B.Sc. (First Year)

EXAMINATION, March/April 2022

गणित

(MAJOR)

Paper-II

(कलन एवं अवकल समीकरण)

Time : Three Hours

Maximum Marks : 70

खण्ड 'अ'

(Section 'A')

नोट- कोई तीन प्रश्नों के उत्तर दीजिए। $3 \times 2 = 6$

Attempt any three questions.

1. वक्र $y^4 + x^2 y^2 + 3xy^2 - 4x^2 - y + 1 = 0$ की x -अक्ष के समानान्तर अनन्त स्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए।

Find asymptotes parallel to x -axis of the curve :

$$y^4 + x^2 y^2 + 3xy^2 - 4x^2 - y + 1 = 0.$$

2. उत्तलता एवं अवतलता के परिक्षण का नियम लिखिए।
Write the rule for test of concavity or convexity.

3. गामा फलन परिभाषित कीजिए।
Define gamma function.

P.T.O.

(2)

258

4. $\frac{dy}{dx} + y \cot x = 0$ का समाकलन गुणांक ज्ञात कीजिए।

Find integrating factor of

$$\frac{dy}{dx} + y \cot x = 0.$$

5. समघातीय समीकरण का एक उदाहरण दीजिए।
Write an example of homogeneous equation.

खण्ड 'ब'

(Section 'B')

नोट : कोई चार प्रश्नों के उत्तर दीजिए। $4 \times 9 = 36$

Attempt any four questions.

1. यदि $u = x^2 + y^2 + z^2$ तो दर्शाइए कि :

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{\partial u}{\partial z} = 2u$$

If $u = x^2 + y^2 + z^2$, then show that :

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} + z \frac{\partial u}{\partial z} = 2u$$

2. इत्याथ $r = a (1 + \cos \theta)$ के किसी बिन्दु (r, θ) पर वक्रता त्रिज्या ज्ञात कीजिए।

Find radius of curvature at point (r, θ) of the cardioid $r = a (1 + \cos \theta)$.

3. $\int_0^{2y} \int_0^x y \, dy \, dx$ का मान ज्ञात कीजिए।

Evaluate $\int_0^{2y} \int_0^x y \, dy \, dx$.

4. हल कीजिए :

$$(1+y^2)dx + (x - \tan^{-1} y)dy = 0.$$

Solve :

$$(1+y^2)dx + (x - \tan^{-1} y)dy = 0.$$

5. हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} - 4y = 0.$$

Solve :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 3\frac{dy}{dx} - 4y = 0.$$

खण्ड 'स'

(Section 'C')

नोट : किन्हीं दो प्रश्नों को हल कीजिए। $2 \times 14 = 28$

Attempt any two questions.

1. टेलर प्रमेय से $\tan^{-1} x$ का $\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ की घातों में

ज्ञात कीजिए।

Expand $\tan^{-1} x$ in powers of $\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ by

Taylor's theorem.

2. हृदयाभ $r = a(1 + \cos \theta)$ का अनुरेखण कीजिए

Trace the cardioid $r = a(1 + \cos \theta)$.

बताने पर $I_n = \int_0^a (a^2 - x^2)^n dx$ और $n > 0$ हो तो
दर्शाइए :

$$I_n = \frac{2na^2}{2n+1} I_{n-1}.$$

If $I_n = \int_0^a (a^2 - x^2)^n dx$ and $n > 0$ then
show that :

$$I_n = \frac{2na^2}{2n+1} I_{n-1}.$$

4. हल कीजिए :

$$x^2 \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - 2xy \frac{dy}{dx} + 2y^2 - x^2 = 0.$$

Solve :

$$x^2 \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 - 2xy \frac{dy}{dx} + 2y^2 - x^2 = 0.$$

5. हल कीजिए :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + y = x^2 e^{3x}$$

Solve :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + y = x^2 e^{3x}$$